Corrigés des exercices de mathématiques pour les élèves qui entrent en seconde.

Exercice 1 :

1) Calculer (sans calculatrice) :

$a=18$; $b=18$; $c=18$; $d=-18$;

$e=22$; $f=-66$; $g=12$; $h=5$.

2) Simplifier :

$i=5\sqrt{3}$; $j=-6\sqrt{2}$; $k=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}=0$.

Exercice 2 :

1) Arrondir $\sqrt{2}$ à l'unité : 1

2) Donner une valeur approchée de $-\dfrac{5}{7}$ au centième près par défaut : $-0,72$

3) Donner une valeur approchée de p au millième près par excès : 3,142

4) Arrondir $\cos(20°)$ au dixième : 0,9

Exercice 3 :

Compléter le tableau suivant :

Ecriture décimale	**Puissance de 10**	**Traduction en français**
0,001	10^{-3}	Un millième
100	10^{2}	*Cent*
1 000 000	10^{6}	Un million
1 000 000 000	10^{9}	*Un milliard*
100 000	10^{5}	*Cent mille*
0,000 001	10^{-6}	*Un millionième*
0,01	10^{-2}	*Un centième*

Exercice 4 :

Calculer en fonction de a comme dans l'exemple : $a^2 \times a^7 = a^9$.

$A=a^8$; $B=a^2$; $C=a^{-2}$; $D=a^{15}$.

Exercice 5 :

Cet exercice est un vrai / faux. Préciser pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse.
Si elle est fausse, la corriger.

$\frac{5}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{6}$	Faux $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{3}+\frac{1}{3}=\frac{6}{3}=2$
2) $-3^2=-9$	Vrai
3) $\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$	Vrai
4) $\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$	Faux $\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=\frac{2}{6}+\frac{9}{6}=\frac{11}{6}$
5) $(-7)^2=49$	Vrai
6) $-7+13=-20$	Faux $-7+13=6$
7) $-5-8=13$	Faux $-5-8=-13$
8) $\frac{\frac{2}{3}-2}{\frac{2}{3}+1}=-2$	Faux $\frac{\frac{2}{3}-2}{\frac{2}{3}+1}=\frac{\frac{2}{3}-\frac{6}{3}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{3}}=\frac{\frac{-4}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{-4}{3}\times\frac{3}{5}=-\frac{4}{5}$
9) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}x=x$	Faux. On ne peut pas réduire
10) $(3x)^2=3x^2$	Faux $(3x)^2=9x^2$
11) L’inverse de -3 est 3	Faux. L’inverse de -3 est $\frac{1}{-3}$
12) L’inverse d’un nombre positif est un nombre positif	Vrai
13) Le carré de la somme de deux nombres est la somme des carrés de ces nombres	Faux. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a+b)^2\neq a^2+b^2$
14) Le carré du produit de deux nombres est le produit des carrés de ces nombres	Vrai. $(ab)^2=a^2\times b^2$
15) La somme de deux nombres négatifs est un nombre négatif	Vrai.
16) Le produit de deux nombres négatifs est un nombre négatif	Faux. $(-3)\times(-2)=+6$

Exercice 6 :

1) Développer et réduire :

$A(x) = 9x^2 + 30x + 25$;

$B(x) = x^2 + 12x + 36$;

$C(x) = 16x^2 - 8x + 1$;

$D(x) = -2x^2 + 13x - 15$;

$E(x) = 25x^2 - 4$; Avez-vous pensé à : $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$?

$F(x) = 7x^2 - 12x - 15$. Attention aux parenthèses.

2) Factoriser :

$A(x) = x(2x+5)$;

$B(x) = (x-3)(3x+2)$;

$C(x) = (x+1)(-x-2) = -(x+1)(x+2)$;

$D(x) = (2x-3)(8-2x) = 2(2x-3)(4-x)$.

Exercice 7 :

1) -2 est-il solution de l'inéquation $3x + 12 < 4 - 2x$? Oui.
   En effet, $3\times(-2) + 12 = 6$; $4 - 2\times(-2) = 8$ et $6 < 8$.
2) -2 est-il solution de l'équation $(x-2)(2x+1) = 0$? Non.
   $(-2-2)\times(2\times(-2)+1) = (-4)\times(-3) = 12$.
3) -2 est-il solution de l'équation $x^3 + 8 = 0$? Oui.
   $(-2)^3 + 8 = -8 + 8 = 0$.
4) Le couple (-2 ; 1) est-il solution du système $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$? Oui.
   $2\times(-2) + 3\times 1 = -4 + 3 = -1$ et $-2 + 5\times 1 = -2 + 5 = 3$.

Exercice 8 :

Résoudre les équations ci-dessous :

1) $3x + 2 = 0$; $x = -\frac{2}{3}$.

2) $-3x + 2 = 0$; $x = \frac{2}{3}$.

3) $-3x - 2 = 0$; $x = -\frac{2}{3}$.

4) $7 - x = 0$; $x = 7$.

5) $4x = 0$; $x = 0$.

6) $(2x-1)(5x+3) = 0$. $x = \frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{3}{5}$.

Exercice 9 :

On considère le programme de calcul ci-contre.

* Choisir un nombre de départ. * Ajouter 1. * Calculer le carré du résultat obtenu. * Lui soustraire le carré du nombre de départ. * Ecrire le résultat final.

1+1=2 $2^2=4$ $4-1^2=4-1=3$. Le nombre obtenu est 3.	2+1=3 $3^2=9$ $9-2^2=9-4=5$. Le nombre obtenu est 5.	$x+1$ $(x+1)^2$ $(x+1)^2-x^2$. Le résultat est $(x+1)^2-x^2$. Vérifier que c'est égal à $2x+1$

Exercice 10 :

1) On donne $f(x)=2x+3$.

a) $f(-5)=-7$.

b) $f(\frac{7}{2})=10$, puis $f(-\frac{1}{4})=\frac{5}{2}$.

c)

Nombre a	3	-2	0	$\frac{1}{5}$
Antécédent de a	0	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{5}$

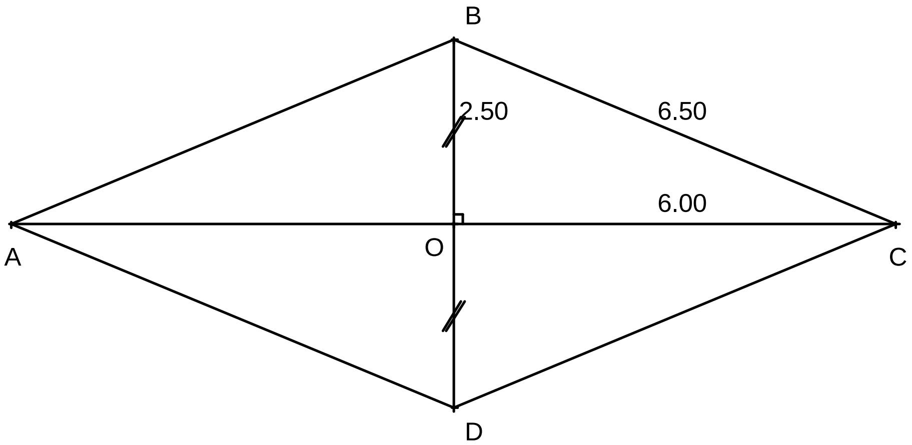
2) On donne $g(x)=x^2-3x+1$.

a) $g(-1)=5$.

b) $g(0)=1$, $g(\frac{1}{2})=-\frac{1}{4}$, $g(\sqrt{5})=6-3\sqrt{5}$. Pensez à : $(\sqrt{5})^2=5$.

c) $g(1+\sqrt{2})=(1+\sqrt{2})^2-3(1+\sqrt{2})+1=1+2\sqrt{2}+2-3-3\sqrt{2}+1=1-\sqrt{2}$. Pensez au double produit.

Exercice 11 :



2. $BC^2 = 6,5^2$ $\qquad$ $BO^2 + OC^2 = 6^2 + 2,5^2$

$\boxed{BC^2 = 42,25}$ $\qquad$ $BO^2 + OC^2 = 36 + 6,25$

$\boxed{BO^2 + OC^2 = 42,25}$

$BC^2 = BO^2 + OC^2$, donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle OBC est rectangle en O.**

4. D est le symétrique de B par rapport à O donc O est le milieu de [BD].
   ABCD est un parallélogramme donc ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu donc **O est aussi le milieu de [AC].**

5. On sait que ABCD est un parallélogramme.
   D'après la question 2., on sait que le triangle OBC est rectangle en O. Ainsi, les diagonales [AC] et (BD) du parallélogramme ABCD sont perpendiculaires, **ABCD est donc un losange.**

Exercice 12 :

Compléter les phrases ci-dessous pour qu'elles soient vraies.
1) Un losange qui a ses diagonales **de même longueur** est un carré.
2) Un losange qui a **un angle droit** est un carré.
3) Un rectangle qui a ses diagonales **perpendiculaires** est un carré.
4) Un rectangle qui a ses côtés **de même longueur** est un carré.
5) Un parallélogramme qui a ses diagonales **de même longueur** est un rectangle.
6) Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs **de même longueur** est un losange.
7) Un parallélogramme qui a ses diagonales **perpendiculaires et de même longueur** est un carré.

Exercice 13 :

a) $B\hat{A}C = M\hat{A}N$: c'est évident.
$A\hat{B}C = A\hat{M}N$ et $A\hat{C}B = A\hat{N}M$ car ce sont des angles correspondants et les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

b) $B\hat{A}C = M\hat{A}N$: ce sont des angles opposés par le sommet.
$A\hat{B}C = A\hat{M}N$ et $A\hat{C}B = A\hat{N}M$ car ce sont des angles alternes-internes et les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Exercice 14 :

ABC est un triangle tel que :

AB = $5\sqrt{3}$, AC = $5\sqrt{2}$ et BC = 5

1) $AB^2 = 75$; $AC^2 = 50$; $BC^2 = 25$.
On a $AB^2 = AC^2 + BC^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

2) ABC est rectangle en C donc son cercle circonscrit est le cercle de diamètre [AB].
Le centre de ce cercle est donc le milieu de [AB] et le rayon R de ce cercle est égal à $\frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}\sqrt{3}$.

3) L'aire du triangle ABC est égale à : $\frac{1}{2}AC \times BC = \frac{25}{2}\sqrt{2}$.
L'aire du disque délimité par ($\mathcal{C}$) est égale à $p\,R^2 = p \times \left(\frac{5}{2}\sqrt{3}\right)^2 = p \times \frac{25 \times 3}{4} = \frac{75}{4}p$.

Exercice 15 :

a) K est sur (OB), L est sur (OA) et les droites (KL) et (AB) sont parallèles donc, d'après le théorème de Thalès,
$\frac{OL}{OA} = \frac{OK}{OB}$ c'est-à-dire $\frac{OL}{20} = \frac{13}{15}$, donc $OL = \frac{13 \times 20}{15} = \frac{13 \times 4}{3} = \frac{52}{3}$.

b) Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
$\frac{OA}{OD} = \frac{20}{28} = \frac{5}{7}$ et $\frac{OB}{OC} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$.
Les points A,O, D et les points B, O, C sont alignés dans cet ordre,
de plus, $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès,

les droites (AB) et (CD) sont parallèles.