Corrigés des exercices de mathématiques pour les élèves qui entrent en seconde.

Exercice 1 :

1) Calculer (sans calculatrice) :

$a=18$; $b=18$; $c=18$; $d=-18$;

$e=22$; $f=-66$; $g=12$; $h=5$.

2) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b entiers avec b le plus petit entier possible :

$i=5\sqrt{3}$; $j=-6\sqrt{2}$; $k=5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$.

Exercice 2 :

1) Arrondir $\sqrt{2}$ au dixième près : 1,4

2) Arrondir $\sqrt{7}$ à 1 près : 3

3) Donner une valeur arrondie de $-\frac{5}{7}$ au centième près : $-0{,}71$

4) Donner une valeur arrondie de π au millième près : 3,142

5) Arrondir $\cos(20°)$ au dixième : 0,9

Exercice 3 :

Compléter le tableau suivant :

Ecriture décimale	**Puissance de 10**	**Traduction en français**
0,001	10^{-3}	Un millième
100	10^{2}	Cent
1 000 000	10^{6}	Un million
1 000 000 000	10^{9}	Un milliard
100 000	10^{5}	Cent mille
0,000 001	10^{-6}	Un millionième
0,01	10^{-2}	Un centième

Exercice 4 :

1) $A=10^8$; $B=10^2$; $C=10^{-2}$; $D=10^{15}$.

2) $A=x^3$; $B=x^5$; Pour $x\neq 0$: $C=x$; $D=x^2$; $E=x^{-1}$.

Exercice 5 :

Cet exercice est un vrai / faux. Préciser pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse.
Si elle est fausse, la corriger.

1) $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{6}$	Faux $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{3}+\frac{1}{3}=\frac{6}{3}=2$
2) $-3^2=-9$	Vrai
3) $\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$	Vrai
4) $\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$	Faux $\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=\frac{2}{6}+\frac{9}{6}=\frac{11}{6}$
5) $(-7)^2=49$	Vrai
6) $-7+13=-20$	Faux $-7+13=6$
7) $-5-8=13$	Faux $-5-8=-13$
8) $\dfrac{\frac{2}{3}-2}{\frac{2}{3}+1}=-2$	Faux $\dfrac{\frac{2}{3}-2}{\frac{2}{3}+1}=\dfrac{\frac{2}{3}-\frac{6}{3}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{3}}=\dfrac{\frac{-4}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{-4}{3}\times\frac{3}{5}=-\frac{4}{5}$
9) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}x=x$	Faux. On ne peut pas réduire
10) $(3x)^2=3x^2$	Faux $(3x)^2=9x^2$
11) L'inverse de -3 est 3	Faux. L'inverse de -3 est $\frac{1}{-3}=-\frac{1}{3}$
12) L'inverse d'un nombre positif est un nombre positif	Vrai
13) Le carré de la somme de deux nombres est la somme des carrés de ces nombres	Faux. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a+b)^2\neq a^2+b^2$
14) Le carré du produit de deux nombres est le produit des carrés de ces nombres	Vrai. $(ab)^2=a^2\times b^2$
15) La somme de deux nombres négatifs est un nombre négatif	Vrai.
16) Le produit de deux nombres négatifs est un nombre négatif	Faux. $(-3)\times(-2)=+6$

Exercice 6 :

1) –2 est-il solution de l'inéquation $3x+12<4-2x$? Oui.
   En effet, $3\times(-2)+12=6$; $4-2\times(-2)=8$ et $6<8$.
2) –2 est-il solution de l'équation $(x-2)(2x+1)=0$? Non.
   $(-2-2)\times(2\times(-2)+1)=(-4)\times(-3)=12$.
3) –2 est-il solution de l'équation $x^3+8=0$? Oui.
   $(-2)^3+8=-8+8=0$.
4) Le couple (–2 ; 1) est-il solution du système $\begin{cases}2x+3y=-1\\ x+5y=3\end{cases}$? Oui.
   $2\times(-2)+3\times1=-4+3=-1$ et $-2+5\times1=-2+5=3$.

Exercice 7 :

1) Développer et réduire :

$A(x)=9x^2+30x+25$;

$B(x)=x^2+12x+36$;

$C(x)=16x^2-8x+1$;

$D(x)=-2x^2+13x-15$;

$E(x)=25x^2-4$; Avez-vous pensé à : $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$?

$F(x)=-3x^2+10x+9$;

$G(x)=x^3-4x^2-5x$.

2) Factoriser :

$A(x)=x(2x+5)$;
$B(x)=(x-3)(3x+2)$;
$C(x)=(x+1)(3x+4)$;
$D(x)=(2x-3)(2x+2)=2(2x-3)(x+1)$.

Exercice 8 :

Résoudre les équations ci-dessous :

1) $3x+2=0$; $x=-\frac{2}{3}$.

2) $-3x+2=0$; $x=\frac{2}{3}$.

3) $-3x-2=0$; $x=-\frac{2}{3}$.

4) $7-x=0$; $x=7$.
5) $4x=0$; $x=0$.

6) $7x+8=4x-3$; $x=-\frac{11}{3}$.

7) $(2x-1)+(5x+3)=0$ équivaut à $7x+2=0$; $x=-\frac{2}{7}$

8) $(2x-1)(5x+3)=0$; $x=\frac{1}{2}$ ou $x=-\frac{3}{5}$.

Exercice 9 :

On considère le programme de calcul ci-contre.

* Choisir un nombre de départ. * Ajouter 1. * Calculer le carré du résultat obtenu. * Lui soustraire le carré du nombre de départ. * Ecrire le résultat final.

1+1=2 $2^2=4$ $4-1^2=4-1=3$. Le nombre obtenu est 3.	2+1=3 $3^2=9$ $9-2^2=9-4=5$. Le nombre obtenu est 5.	$x+1$ $(x+1)^2$ $(x+1)^2-x^2$. Le résultat est $(x+1)^2-x^2$. Vérifier que c'est égal à $2x+1$

Exercice 10 :

1) On donne $f(x)=2x+3$.

a) $f(-5)=-7$.

b) $f(\frac{7}{2})=10$, puis $f(-\frac{1}{4})=\frac{5}{2}$.

c)

Nombre a	3	-2	0	$\frac{1}{5}$
Antécédent de a	0	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{5}$

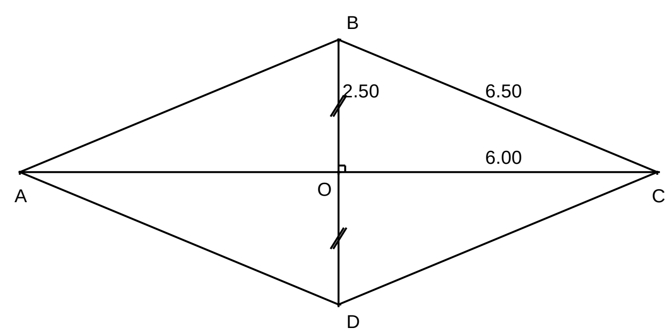
2) On donne $g(x)=x^2-3x+1$.

a) $g(4)=5$

b) $g(-1)=5$.

c) $g(0)=1$, $g(\frac{1}{2})=-\frac{1}{4}$, $g(\sqrt{5})=6-3\sqrt{5}$. Pensez à : $(\sqrt{5})^2=5$.

Exercice 11 :



2. $BC^2=6{,}5^2=42{,}25$ et $BO^2+OC^2=2{,}5^2+6^2=6{,}25+36=42{,}25$ donc $BC^2=BO^2+OC^2$
d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle OBC est rectangle en O.**

4. D est le symétrique de B par rapport à O donc O est le milieu de [BD].
ABCD est un parallélogramme donc ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu donc **O est aussi le milieu de [AC].**

5. On sait que ABCD est un parallélogramme.
D'après la question 2., on sait que le triangle OBC est rectangle en O. Ainsi, les diagonales [AC] et [BD] du parallélogramme ABCD sont perpendiculaires, **ABCD est donc un losange.**

Exercice 12 :

Compléter les phrases ci-dessous pour qu'elles soient vraies.
1) Un losange qui a ses diagonales **de même longueur** est un carré.
2) Un losange qui a **un angle droit** est un carré.
3) Un rectangle qui a ses diagonales **perpendiculaires** est un carré.
4) Un rectangle qui a ses côtés **de même longueur** est un carré.
5) Un parallélogramme qui a ses diagonales **de même longueur** est un rectangle.
6) Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs **de même longueur** est un losange.
7) Un parallélogramme qui a ses diagonales **perpendiculaires et de même longueur** est un carré.

Exercice 13 :

Version * : ABC est un triangle tel que :
AB = 13, AC = 12 et BC = 5 .

1) $AB^2 = 169$; $AC^2 = 144$; $BC^2 = 25$.
On a $AB^2 = AC^2 + BC^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

2) ABC est rectangle en C donc son cercle circonscrit est le cercle de diamètre [AB].
Le centre de ce cercle est donc le milieu de [AB] et le rayon R de ce cercle est égal à $\frac{1}{2}AB = \frac{13}{2}$.

3) L'aire du triangle ABC est égale à : $\frac{1}{2}AC \times BC = 30$.
L'aire du disque délimité par ($\mathscr{C}$) est égale à $\pi R^2 = \pi \times \left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{169}{4}\pi$.

4) a) L'aire du triangle ABC est $\frac{1}{2}AB \times CH = \frac{13}{2}CH$.
b) $CH = \frac{60}{13}$.

Version ** : ABC est un triangle tel que :
$AB = 5\sqrt{3}$, $AC = 5\sqrt{2}$ et BC = 5 .

1) $AB^2 = 75$; $AC^2 = 50$; $BC^2 = 25$.
On a $AB^2 = AC^2 + BC^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

2) ABC est rectangle en C donc son cercle circonscrit est le cercle de diamètre [AB].
Le centre de ce cercle est donc le milieu de [AB] et le rayon R de ce cercle est égal à $\frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}\sqrt{3}$.

3) L'aire du triangle ABC est égale à : $\frac{1}{2}AC \times BC = \frac{25}{2}\sqrt{2}$.
L'aire du disque délimité par ($\mathscr{C}$) est égale à $\pi R^2 = \pi \times \left(\frac{5}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \pi \times \frac{25 \times 3}{4} = \frac{75}{4}\pi$.

4) a) L'aire du triangle ABC est $\frac{1}{2}AB \times CH = \frac{5\sqrt{3}}{2}CH$.
b) $CH = 5\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Exercice 14 :

a) K est sur (OB) , L est sur (OA) et les droites (KL) et (AB) sont parallèles
donc, d'après le théorème de Thalès,
$\frac{OL}{OA} = \frac{OK}{OB}$ c'est-à-dire $\frac{OL}{20} = \frac{13}{15}$, donc $OL = \frac{13 \times 20}{15} = \frac{13 \times 4}{3} = \frac{52}{3}$.

b) Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
$\frac{OA}{OD} = \frac{20}{28} = \frac{5}{7}$ et $\frac{OB}{OC} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$.
Les points A,O, D et les points B, O, C sont alignés dans cet ordre,
de plus, $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès,
les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 15 :

1) 3 – 1 = 2 ; $2^2 = 4$; 4 +6 = 10.
2) $3^2 = 9$; 9 + 1 = 10. Lorsque le nombre de départ est 3, le résultat obtenu avec le programme B est 10.

3) – 2 – 1 = – 3 ; $(-3)^2 = 9$; 9 + (– 4) = 5.
Lorsque le nombre de départ est – 2, le résultat obtenu avec le programme A est 5.

4) On peut choisir 2 ou – 2 pour obtenir 5 avec le programme B.

5) Si on choisit x comme nombre de départ :
- le nombre obtenu avec le programme A est $(x-1)^2 + 2x$
- le nombre obtenu avec le programme B est $x^2 + 1$.
Or $(x-1)^2 + 2x = x^2 - 2x + 1 + 2x = x^2 + 1$. Henri a raison, les deux programmes donnent toujours des résultats identiques.

Exercice 16 :

1) x est compris entre 0 et 20.
2) $V = 30 \times 30 \times 5 = 4500$. La boîte a pour volume $4500\ \text{cm}^3$.

3) a) Le volume de la boîte est maximal pour $x \approx 6{,}5$ cm.
b) Le volume de la boîte est de $2000\ \text{cm}^3$ pour $x \approx 1{,}4$ cm et pour $x = 14$ cm.

Exercice 17 :

Version * :

1) L'aire d'une face du cube est $4\times 4=16$, donc la surface totale du cube est $6\times 16=96$ cm^2.

2) $V=4\times 4\times 4=64$. Le volume du cube est 64 cm^3.

3) Appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle EFG rectangle en F :
$EG^2=EF^2+FG^2=16+16=32$, donc $EG=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$.

Appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle EGK rectangle en G :
$EK^2=EG^2+GK^2=32+16=48$, donc $EK=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$.

Version ** :

1) L'aire d'une face du cube est $a\times a=a^2$, donc la surface totale du cube est $6a^2$.

2) $V=a\times a\times a=a^3$. Le volume du cube est a^3.

3) Appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle EFG rectangle en F :
$EG^2=EF^2+FG^2=a^2+a^2=2a^2$, donc $EG=\sqrt{2a^2}=a\sqrt{2}$.

Appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle EGK rectangle en G :
$EK^2=EG^2+GK^2=2a^2+a^2=3a^2$, donc $EK=\sqrt{3a^2}=a\sqrt{3}$.

Exercice 18 :

1) Appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle OSA rectangle en O :
$SA^2=SO^2+OA^2$, donc $SO^2=SA^2-OA^2=7{,}5^2-4{,}5^2=56{,}25-20{,}25=36$, donc $SO=\sqrt{36}=6$ cm.

2) Rappel : Volume (cône) = $\frac{1}{3}\times \text{base}\times \text{hauteur}$ avec hauteur = SO = 6

et base = aire (disque) = $\pi\times OA^2=20{,}25\pi$, d'où $V=\frac{1}{3}\times 20{,}25\pi\times 6=40{,}5\pi$.

Le volume du cône est $40{,}5\pi$, soit environ 127,235 cm^3

3) Dans le triangle OSA rectangle en O : $\sin(\widehat{S})=\frac{OA}{AS}=\frac{4{,}5}{7{,}5}=0{,}6$, d'où $\widehat{S}\approx 37°$, à un degré près.

Exercice 19 :

1) a) L'aire du plafond est $6{,}40\times 5{,}20=33{,}28$ m².

b) $\frac{33{,}28}{4}=8{,}32$; il faut 8,32 litres de peinture pour le plafond.

2) a) Surface des 4 côtés : $2\times 6{,}40\times 2{,}80+2\times 5{,}20\times 2{,}80=64{,}96$ m²
Surface des fenêtres : $3\times 2\times 1{,}60+2\times 0{,}80=11{,}2$ m²
66,64 – 11,2 = 53,76
La surface du mur à peindre est de 53,76 m², c'est-à-dire environ 54 m².

b) $\frac{54}{4}=13{,}5$; il faut 13,5 litres de peinture pour les murs.

3) 13,5 + 8,32 = 21,82. Il faudra environ 22 litres de peinture. Il faudra donc 5 pots de peinture.